Continue

Üstel fonksiyonun integrali

Aşağıdaki liste üstel fonksiyonların integrallerini (ters türev lerini) içermektedir. İntegral fonksiyonlarının tüm bir listesi için lütfen İntegral tablosu sayfasına bakınız.\int e^\;\mathrmx = \frac e^\int a^\;\mathrmx = \frac a^(a > 0,\ a e 1 için)\int xe^\; \mathrmx = \frac(cx-1)\int x^2 e^\;\mathrmx = e^\left(\frac-\frac+\frac\right)\int x^n e^\; \mathrmx = \frac x^n e^ - \frac\int x^ e^ \mathrmx\int\frac\; \mathrmx = \ln|x| +\sum_^\infty\frac\int\frac\; \mathrmx = \frac\left(-\frac }x\right) \qquad\mboxneq 1\mbox\int e^\ln x\; \mathrmx = \frace^\ln|x|-\operatorname\,(cx)\int e^\sin bx\; \mathrmx = \frac(c\sin bx - b\cos bx)\int e^\cos bx\; \mathrmx = \frac(c\cos bx + b\sin bx)\int e^\sin^n x\; \mathrmx = \frac\sin^ x}(c\sin x-n\cos x)+\frac\int e^\sin^ x\;\mathrmx\int e^\cos^n x\; \mathrmx = \frac\cos^ x}(c\cos x+n\sin x)+\frac\int e^\cos^ x\;\mathrmx\int x e^\; \mathrmx= \frac \; e^\int e^\; \mathrmx= \sqrt(sqrt x)(\mbox istatistikte önemli bir kavram olan Hata fonksiyonudur)\int xe^\; \mathrmx=-\frace^ \int }\,e^x= \frac (1 + \mbox\,\frac{\sigma \sqrt{2}\int e^\,\mathrmx = e^\left(\sum_^c_\,\frac \int \fracx \quad \mbox n > 0, where c_=\frac{j!\, 2^{2j+1 \ . Belirli İntegraller\int_0^1 e^\;\mathrmx =\int_0^1 \left(\frac\right)^\cdot b\;\mathrmx =\int_0^1 a^\cdot b^\;\mathrmx =\frac for a > 0,\ b > 0,\ a e b, Logaritmik ortalama için\int_^ e^\,\mathrmx=\frac\int_^ e^\,\mathrmx=\frac \sqrt \quad (a>0)(Gauss İntegrali)\int_^ e^\,\mathrmx=\sqrt \quad (a>0)\int_^ e^ e^\,\mathrmx=\sqrt{a \quad (a>0)\int_^ x e^\,\mathrmx=b \sqrt \quad (a>0)\int_^ x^2 e^\,\mathrmx=\frac \sqrt \quad (a>0)\begin \frac\Gamma \left(\frac\right)/a^a^k}\sqrt, a>0) \ \frac, a>0)\end (!! is the Çift faktöryel)\int_^ x^n e^\,\mathrmx = \begin \frac\int_^ e^\sin bx \, \mathrmx = \frac \quad (a>0)\int_^ e^\cos bx \, \mathrmx = \frac \quad (a>0)\int_^ xe^\sin bx \, \mathrmx = \frac \quad (a>0)\int_^ xe^\cos bx \, \mathrmx = \frac \quad (a>0)\int_^ e^ d \theta = 2 \pi I_ \left(\sqrt \right)KaynakçalarKaynaklarVikipedi İntegral, logaritma, limit nasıl çözülür? Matris, LGS yeni nesil sorular nasıl çözülür? Bazı ders konularını çözmekte zorlanır, nasıl çözülebileceğini araştırırız. Bu yazıyı sizin ihtiyaçlarınıza göre oluşturduk. İşte o detaylar. İntegral, matematikte bir fonksiyonun belirli veya belirsiz bir aralıkta toplamını hesaplamak için kullanılan bir kavramdır. İntegral çözümü, bir fonksiyonunun türevidir. İntegral çözümü yaparken kullanılan temel kurallar ve teknikler bulunmaktadır. İşte integral çözümünde temel bazı adımlar:Temel İntegral Kuralları:Sabit katsayı: Üstel fonksiyonlar: Trigonometrik fonksiyonlar: Üstel fonksiyonlar: Doğal logaritma: İntegral Teknikleri:Parçalara ayırma: Fonksiyonu daha basit parçalara ayırarak integral çözümünü yapmak.İntegrasyon yöntemleri: İntegral alma için bir dizi teknik, örneğin, yerine koyma yöntemi, kısmi integrasyon, trigonometrik integraller gibi çeşitli teknikler kullanılabilir.Belirli ve Belirsiz İntegraller:Belirsiz integral, genellikle ∫f(x)dx biçiminde gösterilir ve genellikle +C ile ifade edilen sabit bir terim içerir.Belirli integral ise bir aralıktaki integral değerini ifade eder, örneğin ∫f(x)dx şeklinde gösterilir.Özel İntegraller ve İntegral Tabloları:Bazı özel fonksiyonlar için hazırlanmış integral tabloları veya özel çözüm teknikleri, bazı durumlarda hızlı bir şekilde integral çözümüne yardımcı olabilir.İntegral çözümü, temel kuralları ve uygulanabilecek çeşitli teknikleri içerir. İntegral çözümü için temel öğrenme, pratik ve farklı tipteki problemleri çözme deneyimi önemlidir. Her bir integral için farklı bir çözüm yöntemi gerekebilir, bu nedenle çeşitli teknikleri ve kuralları anlamak ve uygulamak faydalı olabilir.Logaritma Nasıl Çözülür?Logaritma, bir sayının başka bir sayıya hangi üsle yükseltildiğiyle ilgilenen bir matematiksel işlemdir. Logaritma çözümü yaparken kullanılan bazı temel kurallar ve teknikler bulunmaktadır. İşte logaritma çözümü için temel bazı adımlar:Çarpım kuralı\[\large\log_b(MN)=\log_b(M)+\log_b(N)\]Bölüm kuralı\[\large\log_b\left(\frac{M}{N}\right)=\log_b(M)-\log_b(N)\]Kuvvet kuralı\[\large\log_b(M^p)=p\log_b(M)\]Logaritma Çözüm Teknikleri:Denklemi basitleştirme: Verilen logaritmik denklemleri çözmek için denklemdeki logaritmaları basitleştirmek veya farklı formlara dönüştürmek.Logaritmaları birleştirme ve ayırma: Çeşitli logaritmaları birleştirme veya ayrıştırma yöntemleri kullanarak denklemleri çözmek.Doğal Logaritma ve Taban Değiştirme:lnx olarak gösterilir. Bazı durumlarda doğal logaritmik fonksiyonlar kullanılarak denklemler daha basit hale getirilebilir.Özel Logaritma İşlemleri:Belirli değerlerin logaritmaları bazen doğrudan tablo veya hesap makinesi kullanılarak bulunabilir. Özellikle özel sayıların logaritmalarını bulmak için logaritma tabloları kullanılabilir.Logaritma çözümü, verilen bir denklemin veya ifadenin içerisindeki logaritmaların farklı bir forma dönüştürülmesini ve çözülmesini içerir. Logaritma çözümü için temel logaritma kurallarını ve tekniklerini anlamak, logaritmik ifadeleri basitleştirmek ve denklemleri çözmek için gereklidir. Her bir logaritmik ifade için farklı bir çözüm yöntemi gerekebilir, bu nedenle çeşitli teknikleri ve kuralları anlamak ve uygulamak faydalı olabilir.Limit Nasıl Çözülür?Matematikte "limit", bir fonksiyonun belirli bir değere yaklaştığını ifade eder. Limit konsepti, özellikle diferansiyasyon ve integral hesaplamalarda temel bir rol oynar. Bir limiti çözmek, bir fonksiyonun belirli bir noktaya yaklaşımını anlamak ve bu noktadaki davranışını değerlendirmek için kullanılır. İşte temel limit çözme yöntemleri:Doğrudan Substitüsyon Yöntemi:Eğer bir fonksiyonun limitini hesaplarken belirli bir değeri yerine koyduğunuzda tanımsız bir ifade elde edilmiyorsa, direkt olarak o değeri yerine koyabilirsiniz. Bu yöntem genellikle basit limit problemlerinde kullanılır.Faktöring (Sadeleştirme) Yöntemi:Limit problemlerinde faktöring yaparak, pay ve payda arasında ortak terimleri sadeleştirebilir ve ardından doğrudan substitüsyon yöntemini uygulayabilirsiniz.Rasyonalizasyon Yöntemi:Eğer bir limit probleminde rasyonel ifadeler (kesirli ifadeler) varsa, rasyonalizasyon yaparak paydada veya payda da rasyonel ifade elde edebilirsiniz.Tanıdık Limitlerin Kullanılması:Birçok limit probleminde, belirli değerlere yaklaşan veya belirli matematiksel kurallara uyan tanıdık limitler kullanılabilir. Örneğin, lim(x→0) sin(x)/x limiti, tanıdık bir limit olan lim(x→0) sin(x)/x = 1 ile çözülebilir.Sonsuzluk ve Sonsuz küçükler:Limitin sonucu sonsuz veya belirli bir sıfıra yakınsıyorsa, bu durumu değerlendirebilir ve limiti bulabilirsiniz. Örneğin, lim(x→∞) 1/x = 0'dır.Hospitaller Kuralı:Belirsiz ifadelerle (0/0 veya ∞/∞ gibi) karşılaşıldığında, Hospitaller Kuralı kullanılabilir. Bu kural, belirsiz bir ifadenin türeviden pay ve payda türetilerek limitin bulunmasını sağlar.Yapılandırma ve Özel Teknikler:Bazı limit problemlerinde, özel matematiksel teknikler veya yapılandırma kullanarak limit çözülebilir. Özellikle trigonometrik veya üstel fonksiyonların içeren problemlerde bu teknikler sıklıkla kullanılır.Limit çözme süreci, problemde karşılaşılan ifadeler ve durumlar doğrultusunda değişebilir. Temel matematiksel bilgilerle birlikte, limit problemlerine çeşitli matematiksel teknikleri uygulayarak çözüm adımlarını takip edebilirsiniz.LGS Yeni Nesil Sorular Nasıl Çözülür?LGS (Liselere Geçiş Sistemi) yeni nesil sınavı, öğrencilere temel yetenekleri ve problem çözme becerilerini ölçmeyi amaçlayan bir sınavdır. Bu sınavda başarılı olmak için bazı temel stratejileri ve çalışma yöntemlerini kullanabilirsiniz. İşte LGS'deki yeni nesil soruları çözme yöntemlerine dair bazı ipuçları:-Soru Tiplerini Anlama ve Çalışma: LGS'de sıkça karşılaşılan soru tipleri aritmetik, geometri, mantık, analiz, problemler ve metin içeren sorular gibi çeşitli konulardan oluşur. Her bir soru tipini anlamak ve bu alanlarda çalışmak önemlidir.-Temel Kavramları İyi Anlama: Aritmetik, geometri ve problemler gibi temel konularda iyi bir temele sahip olmak önemlidir. Temel matematik kavramlarını anlamak ve bunları uygulamak için bol bol alıştırma yapmak gerekebilir.-Süre Yönetimi: Sınavda zaman yönetimi kritik öneme sahiptir. Soruları çözerken zamanı dengeli bir şekilde kullanmak ve her bir soruya yarıdan süreyi iyi planlamak gerekir. Zorlayıcı veya uzun süren soruları atlayarak daha hızlı çözebileceğiniz sorulara yönelmek zaman yönetimi açısından önemlidir.-Dikkatli Okuma ve Soru Anlama: Metin içeren sorular genellikle sorunun tam olarak anlaşılmasını gerektirir. Soruyu dikkatlice okuyun, verilen bilgileri anlayın ve sorunun ne istediğini net bir şekilde kavrayın.-Farklı Çözüm Yollarını Deneme: Problem çözme becerilerinizi geliştirmek için farklı çözüm stratejileri deneyin. Bazı soruları farklı yollarla çözebilirsiniz, bu da size zaman kazandırabilir veya problemi daha kolay hale getirebilir.-Eksik Bilgiyi Tamamlama: Verilen bilgilerle soruyu çözemiyorsanız, eksik bilgiyi tahmin etmeye çalışın veya soruyu farklı bir açıdan ele alarak eksik bilgiyi tamamlamaya çalışın.-Deneme Sınavları Çözme: LGS'ye hazırlık sürecinde deneme sınavları çözmek, sınav formatını anlamanıza ve sorularla nasıl başa çıkmanız gerektiğini anlamanıza yardımcı olabilir. Ayrıca, eksikliklerinizi görmek ve çalışma stratejilerinizi geliştirmek için faydalı olabilir.LGS'deki yeni nesil sorularını çözerken temel matematik becerilerini geliştirmek, soruları anlama ve çözme stratejilerini uygulamak önemlidir. Düzenli çalışma, bol pratik yapma ve sınav stratejilerini geliştirme süreci sınavda daha başarılı olmanıza yardımcı olabilir.Matris Nasıl Çözülür?Matris, matematikte bir dizi sayısal değerin düzenli bir şekilde düzenlendiği bir yapıdır. Matrisler genellikle lineer cebirde, doğrusal denklem sistemlerini ve diğer matematiksel problemleri çözmek için kullanılır. İşte temel matris çözme teknikleri:Lineer Denklem Sistemlerini Çözme:Matrisler, genellikle lineer denklem sistemlerini ifade etmek için kullanılır. Bir lineer denklem sistemi şu formda olabilir: AX = B, burada A bir katsayı matrisi, X bilinmeyen matris ve B ise sonuç matrisidir. Bu tür bir denklemi çözmek için genellikle Gauss eliminasyonu, Gauss-Jordan eliminasyonu veya matrisin tersini bulma gibi yöntemler kullanılır.Determinant ve Matrisin Tersini Bulma:Determinant, karesel bir matrisin tersini bulmada ve matris denklemleri çözmede önemli bir rol oynar. Bir matrisin tersi, A−1−1, şu koşulu sağladığında bulunur: A * A−1−1 = A−1−1 * A = I (birim matris). Determinantın sıfır olmaması bu işlemlerin yapılabilmesi için önemlidir.Gauss Eleminasyonu:Gauss eliminasyonu, bir matrisi üçgensel forma dönüştürmek ve bu şekilde sistemi daha kolay çözmek için kullanılır. İleri düzey Gauss eleminasyonu, matrisin tersini bulmak için de kullanılabilir.Matris Çarpımı:Matris çarpımı, iki matrisin çarpılması işlemidir. Bu işlem, lineer cebirde ve matematikte birçok uygulamada kullanılır. İki matrisi çarpmak için, birinci matrisin sütun sayısıyla ikinci matrisin satır sayısı eşleşmelidir.Eigenvektör ve Eigenvalue Bulma:Bir matrisin eigenvektörleri ve eigenvalues'leri, matrisin kendisine dönüştüğü vektörler ve bu dönüşümün büyüklükleri olarak tanımlanır. Eigenvektör ve eigenvalue bulma, özellikle diferansiyasyon ve matris diyagonalleştirme için önemlidir.Matrislerle çalışmak, genellikle lineer cebir ve matematiksel analizle ilgili karmaşık problemleri çözmek için kullanılır. Matris çözme teknikleri, matematikte geniş bir uygulama alanına sahiptir ve bu alanda daha fazla bilgi edinmek, özellikle lineer cebir konularında daha derinlemesine çalışmak, matris çözme becerilerinizi geliştirmenize yardımcı olabilir. n’inci dereceden bir polinomal fonksiyonun integrali (n bir reel sayı) Toplamın integrali. Farkın integrali Fonksiyondaki katsayının integral dışında değerlendirilmesi Sabit fonksiyonun integrali Üstel fonksiyonun integrali Özel olan bir e^(x) fonksiyonunun integrali 1/x fonsiyonunun türevi Sinüs fonksiyonunun integrali. Cosinüs fonksiyonunun integrali Tanjant fonksiyonunun integrali Sekant fonksiyonunun integrali Cosekant fonksiyonunun integrali Cotanjant fonksiyonunun integrali İlgili Konular Üstel bir fonksiyonun türevini bulmak, türevi üstel fonksiyonun kendisi olduğu için oldukça basittir, bu nedenle üstel fonksiyonların integrallerini bulmanın büyük bir sorun olmadığını varsaymak cazip gelebilir. Türev alma basit bir işlemdir, ancak integral alma öyle değildir. Üstel bir fonksiyonu integral almak istesek bile, integrand'a özellikle dikkat etmeli ve uygun bir integral alma tekniği kullanmalıyız. Üstel Fonksiyonların İntegralleri Üstel bir fonksiyonun nasıl türevlendirileceğini hatırlayarak başlayalım. Doğal üstel fonksiyonun türevi, doğal üstel fonksiyonun kendisidir. $$\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}e^x=e^x$$ Taban \(e\)'den farklıysa, tabanın doğal logaritması ile çarpmamız gerekir. $$\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}a^x=\ln{a}\, a^x$$ Elbette, gerektiğinde herhangi bir farklılaştırma kuralını da kullanmalıyız! Zincir Kuralını kullanarak hızlı bir örneğe göz atalım. f(x)=e2x2'nin türevini bulunuz. u=2x2 olsun ve Zincir Kuralı kullanılarak türevlendirilsin. dfdx=ddueuddux Üstel fonksiyonu türevlendirin. dfdx=eududx u=2x2 türevini almak için Güç Kuralını kullanın. dudx=4x u=2x2vedudx=4x yerine yazınız. dfdx=e2x2x İfadeyi yeniden düzenleyin. dfdx=4x e2x2 Şimdi üstel fonksiyonların nasıl integral alınacağına bir göz atacağız. Üstel fonksiyonun türevi üstel fonksiyonun kendisidir, bu nedenle bunu üstel fonksiyonun kendi karşıt türevi gibi de düşünebiliriz. Üstel fonksiyonun karşıt türevi, üstel fonksiyonun kendisidir. ∫exdx=ex+C Taban \(e\) dışında bir değer ise bölmek tabanının doğal logaritması ile hesaplanır. $$\int a^x\mathrm{d}x=\dfrac{1}{\ln{a}}a^x+C$$ Fonksiyonların antiderivatifini bulurken +C eklemeyi unutmayın! Üstel bir fonksiyonun integralinin hızlı bir örneğini görelim. ∫e3xdx integralini değerlendiriniz. Üstel fonksiyonun argümanı şu olduğundan 3x 'de, Yerine Koyma ile Entegrasyon yapmamız gerekir. u=3x olsun. d u Güç Kuralını kullanarak. u=3x → dudx=3 dudx=3 →du=3dx İzole etmek d x. dx=13du İntegralde u=3x ve dx=13du yerine koyun. ∫e3xdx=∫eu13du İntegrali yeniden düzenleyin. ∫e3x=13∫eudu Üstel fonksiyonu entegre edin. ∫e3xdx=13eu+C İntegralde u=3x yerine geri koyun. ∫e3xdx=13e3x+C Gerektiğinde Entegrasyon Tekniklerinden herhangi birini kullandığınızdan emin olun! Üstel fonksiyonun argümanı aşağıdakilerin bir katı ise, Yerine Koyma ile Entegrasyon kullanmaktan kaçınabiliriz x. Üstel fonksiyonun argümanı x'in bir katı ise, o zaman antiderivatifi aşağıdaki gibidir: ∫eaxdx=1aeax+C Burada a, 0 dışında herhangi bir gerçek sayı sabitidir. Yukarıdaki formül, üstel fonksiyonları entegre ederken hayatımızı kolaylaştıracak! Üstel Fonksiyonların Belirli İntegralleri Üstel fonksiyonları içeren belirli integrallerin değerlendirilmesine ne dersiniz? Sorun değil! Bunu yapmak için Kalkülüsün Temel Teoremini kullanabiliriz! ∫01exdx belirli integralini değerlendiriniz. Ex'in antiderivatifini bulun. ∫ex=ex+C Belirli integrali değerlendirmek için Kalkülüsün Temel Teoremini kullanın. ∫01exdx=ex+C01 ∫01exdx=e1+C-e0+C Üslerin özelliklerini kullanın ve sadeleştirin. ∫01exdx=e-1 Bu noktaya kadar kesin bir sonucumuz var. İntegralin sayısal değerini bilmeniz gerekiyorsa her zaman bir hesap makinesi kullanabilirsiniz. Belirli integralin sayısal değerini bulmak için bir hesap makinesi kullanın. ∫01exdx=1.718281828... Üstel fonksiyonun aşağıdaki limitlerini bilerek uygun olmayan integralleri de değerlendirebiliriz. Üstel fonksiyonun x negatif sonsuza giderken limiti 0'a eşittir. Bu, aşağıdaki formüllerle iki şekilde ifade edilebilir. limx→-∞ex = 0 limx→∞ e-x = 0 Bu limitler, üstel fonksiyonları içeren has olmayan integralleri değerlendirmemizi sağlayacaktır. Bu bir örnekle daha iyi anlaşılabilir. Hadi yapalım! Ayrıca bakınız: Figüratif Dil: Örnekler, Tanım ve Tür ∫0∞e-2xdx belirli integralini değerlendiriniz. Verilen fonksiyonun antiderivatifini bularak başlayın. u=-2x olsun. d u Güç Kuralı'nı kullanarak. u=-2x → dudx=-2 dudx=-2 → du=-2dx Dx'i izole edin. dx=-12du İntegralde u=-2x ve dx=-12du yerine koyun. ∫e-2xdx=∫eu-12du İntegrali yeniden düzenleyin. ∫e-2xdx=-12∫eudu Üstel fonksiyonu entegre edin. ∫e-2xdx=-12eu+C u=-2x yerine geri koyun. ∫e-2xdx=-12e-2x+C Uygun olmayan integrali değerlendirmek için Kalkülüsün Temel Teoremini kullanırız, ancak üst limiti sonsuza giderken değerlendiririz. Yani, üst entegrasyon limitinde \(b\rightarrow\infty\) olsun. ∫0∞e-2xdx=limb→∞ -12e-2b+C-12e-2(0)+C İntegralin Özelliklerini kullanarak sadeleştirin. ∫0∞e-2xdx=-12limb→∞e-2b-e0 (b\) sonsuza giderken, üstel fonksiyonun argümanı negatif sonsuza gider, bu nedenle aşağıdaki limiti kullanabiliriz: limx→∞e-x=0 Ayrıca e0=1 olduğuna dikkat edelim. Bunu bilerek integralimizin değerini bulabiliriz. Limiti b→∞ olarak değerlendirin ve e0=1 yerine koyun. ∫0∞e-2xdx=-120-1 Basitleştirin. ∫0∞e-2xdx=12 Üstel Fonksiyonların İntegralleri Örnekler İntegral alma işlemi kalkülüste özel bir işlemdir. Hangi integral alma tekniğinin kullanılacağı konusunda fikir sahibi olmamız gerekir. İntegral alma konusunda nasıl daha iyi olabiliriz? Elbette pratik yaparak! Hadi üstel fonksiyonların integralleri ile ilgili daha fazla örnek görelim! ∫2xex2dx integralini değerlendiriniz. Bu integralin integralde x2 ve 2x içerdiğine dikkat edin. Bu iki ifade bir türev ile ilişkili olduğundan, Yerine Koyma ile İntegrasyon yapacağız. u=x2 olsun. du'yu Güç Kuralını kullanarak bulun. u=x2 →dudx=2x dudx=2x → du=2dxdx İntegrali yeniden düzenleyin. ∫2xex2dx=∫ex2(2xdx) İntegralde u=x2 ve du=2xdx yerine koyun. ∫2xex2dx=∫eudu Üstel fonksiyonu entegre edin. ∫2xex2dx=eu+C u=x2 yerine geri koyun. ∫2xex2dx=ex2+C Bazen Parçalara Göre Entegrasyonu birkaç kez kullanmamız gerekebilir! Konu hakkında bilgi tazelemeye mi ihtiyacınız var? Parçalara Göre Entegrasyon makalemize bir göz atın! ∫(x2+3x)exdx integralini değerlendirin Uygun bir u seçimi yapmak için LIATE kullanın ve d v. u=x2+3x dv=exdx Bulmak için Güç Kuralını kullanın d u. du=2x+3dx v'yi bulmak için üstel fonksiyonu integre edin. v=∫exdx=ex Parçalarla integrasyon formülünü kullanın ∫udv=uv-∫vdu ∫(x2+3x)exdx=(x2+3x)ex-∫ex(2x+3)dx Denklemin sağ tarafında ortaya çıkan integral, Parçalarla İntegrasyon ile de yapılabilir. Herhangi bir karışıklığı önlemek için ∫ex(2x+3)dx'i değerlendirmeye odaklanacağız. Uygun bir u seçimi yapmak için LIATE kullanın ve d v. u=2x+3 dv=exdx Bulmak için Güç Kuralını kullanın d u. du=2dx Ayrıca bakınız: Ekosistemler: Tanım, Örnekler ve Genel Bakış v'yi bulmak için üstel fonksiyonu integre edin. v=∫exdx=ex Parçalarla Entegrasyon formülünü kullanın. ∫ex(2x+3)dx=(2x+3)ex-∫ex(2dx) Üstel fonksiyonu entegre edin. ∫ex(2x+3)dx=(2x+3)ex-2ex Yukarıdaki integrali orijinal integralin yerine koyun ve entegrasyon sabiti C'yi ekleyin. ∫(x2+3x)exdx=(x2+3x)ex-(2x+3)ex-2ex+C Örneği çarpanlarına ayırarak basitleştirin. ∫(x2+3x)e3xdx=ex(x2+x-1)+C Belirli bir integral içeren bir örnek daha görelim. ∫12e-4xdx integralini değerlendiriniz. Fonksiyonun antiderivatifini bulmakla başlayın. Daha sonra Kalkülüsün Temel Teoremini kullanarak belirli integrali değerlendirebiliriz. Üstel fonksiyonu entegre edin. ∫e-4xdx=-14e-4x+C Belirli integrali değerlendirmek için Kalkülüsün Temel Teoremini kullanın. ∫12e-4xdx=-14e-4x+C12 ∫12e-4xdx=-14e-4(2)+C--14e-4(1)+C Basitleştirin . ∫12e-4xdx=-14e-8-e-4 İfadeyi daha da sadeleştirmek için üslerin özelliklerini kullanın. ∫12e-4xdx=e-4-e-84 ∫12e-4xdx=e-8(e4-1)4 ∫12e-4xdx=e4-1e8 Üstel Fonksiyonların Entegrasyonunda Sık Yapılan Hatalar Bir süre çalıştıktan sonra belli bir noktada yorulabiliriz. İşte bu noktada hatalar ortaya çıkmaya başlar! Şimdi üstel fonksiyonları integre ederken yapabileceğimiz bazı yaygın hatalara bir göz atalım. Argümanları x'in katı olduğunda üstel fonksiyonların integralini almak için bir kısayol gördük. ∫eaxdx=1aeax+C Bu bize kesinlikle çok zaman kazandırır! Ancak, yaygın bir hata bölmek yerine sabitle çarpmaktır. ∫eaxdx≠aeax+C Üstel bir fonksiyonun türevini aldıysanız, belki de Parçalarla İntegrasyon yapıyorsanız bu başınıza gelebilir. Aşağıdaki hata her antiderivatifle ilgilidir. İntegral alırken (sadece üstel fonksiyonlarda değil!) sıkça yapılan bir hata da integral sabitini eklemeyi unutmaktır. Yani, ters türevin sonuna +C eklemeyi unutmaktır. Her zaman bir antiderivatifin sonuna +C eklediğinizden emin olun! ∫exdx=ex+C Özet Üstel Fonksiyonların İntegralleri - Temel çıkarımlar Üstel fonksiyonun antiderivatifi üstel fonksiyonun kendisidir. Yani:∫exdx=ex+C Üstel fonksiyonun argümanı x'in bir katı ise: ∫eaxdx=1aeax+C burada a, 0 dışında herhangi bir reel sayı sabitidir. Üstel fonksiyonları içeren uygun olmayan integralleri değerlendirmek için iki faydalı limit aşağıdaki gibidir: Üstel fonksiyonların integrallerini bulurken farklı İntegrasyon Tekniklerini kullanabilirsiniz. Üstel Fonksiyonların İntegralleri Hakkında Sıkça Sorulan Sorular Üstel bir fonksiyonun integrali nedir? Üstel fonksiyonun integrali, ayını tabana sahip bir üstel fonksiyondur. Üstel fonksiyonun e'den başka bir tabanı varsa, o tabanın doğal logaritmasına bölmeniz gerekir. Üstel fonksiyonların integralleri nasıl hesaplanır? Üstel bir fonksiyonun karşıt türevinin başka bir üstel fonksiyon olduğu gerçeğiyle birlikte Yerine Koyma Yoluyla Entegrasyon gibi yöntemleri kullanabilirsiniz. Yarı ömürlü üstel bozunma fonksiyonunun integrali nedir? Yarılanma ömrü üstel bozunma fonksiyonu üstel bir fonksiyon olduğundan, integrali de aynı türden başka bir fonksiyondur. İntegrali üstel fonksiyonlar olan ifadeler aşağıdaki gibidir.İntegrali logaritma fonksiyonu olan ifadeler aşağıdaki gibidir. Aşağıdaki integrallerin sonuçlarını bulunuz. (a) \(\displaystyle\int {10e^{5x}\ dx} \) (b) \(\displaystyle\int {2e^{\frac{x}{11}}\ dx} \) (c) \(\displaystyle\int {5^{x + 2}\ dx} \) Çözümü Göster (a) seçeneği: \(\displaystyle\int {10e^{5x}\ dx} \) İfadenin integralini alalım. \(= \dfrac{1}{5} \cdot 10e^{5x} + C \) \(= 2e^{5x} + C \) (b) seçeneği: \(\displaystyle\int {2e^{\frac{x}{11}}\ dx} \) İfadenin integralini alalım. \(= \dfrac{1}{\frac{1}{11}} \cdot 2e^{\frac{x}{11}} + C \) \(= 22e^{\frac{x}{11}} + C \) (c) seçeneği: \(\displaystyle\int {5^{x + 2}\ dx} \) \(= \displaystyle\int {5^2 \cdot 5^x\ dx} \) \(= 25\displaystyle\int {5^x\ dx} \) İfadenin integralini alalım. \(= 25 \cdot \dfrac{5^x}{\ln{5}} + C \) \(= \dfrac{5^{x+2}}{\ln{5}} + C \) Soru sorun Soruda hata bildirin Aşağıdaki integrallerin sonuçlarını bulunuz. (a) \(\displaystyle\int {\dfrac{3}{x}\ dx} \) (b) \(\displaystyle\int {\dfrac{5}{x + 2}\ dx} \) (c) \(\displaystyle\int {\dfrac{1}{7x + 4}\ dx} \) Çözümü Göster (a) seçeneği: \(\displaystyle\int {\dfrac{3}{x}\ dx} \) İfadenin integralini alalım. \(= 3\ln{\abs{x}} + C \) (b) seçeneği: \(\displaystyle\int {\dfrac{5}{x + 2}\ dx} \) İfadenin integralini alalım. \(= 5\ln{\abs{x + 2}} + C \) (c) seçeneği: \(\displaystyle\int {\dfrac{1}{7x + 4}\ dx} \) İfadenin integralini alalım. \(= \dfrac{1}{7}\ln{\abs{7x + 4}} + C \) Soru sorun Soruda hata bildirin Aşağıdaki integrallerin sonuçlarını bulunuz. (a) \(\displaystyle\int {\dfrac{17}{34x + 3}\ dx} \) (b) \(\displaystyle\int {\dfrac{1}{6 - 14x}\ dx} \) (c) \(\displaystyle\int {\dfrac{26x}{13x^2 - 9}\ dx} \) Çözümü Göster (a) seçeneği: \(\displaystyle\int {\dfrac{17}{34x + 3}\ dx} \) İfadenin integralini alalım. \(= \dfrac{17}{34}\ln{\abs{34x + 3}} + C \) \(= \dfrac{1}{2}\ln{\abs{34x + 3}} + C \) (b) seçeneği: \(\displaystyle\int {\dfrac{1}{6 - 14x}\ dx} \) İfadenin integralini alalım. \(= -\dfrac{1}{14}\ln{\abs{6 - 14x}} + C \) (c) seçeneği: \(\displaystyle\int {\dfrac{26x}{13x^2 - 9}\ dx} \) İfadenin integralini alalım. \(= \ln{\abs{13x^2 - 9}} + C \) Soru sorun Soruda hata bildirin Aşağıdaki integralleri hesaplayınız. (a) \(\displaystyle\int (\dfrac{4}{3x} + \dfrac{2}{5x - 1})\ dx \) (b) \(\displaystyle\int (\dfrac{4}{3x - 1} - \dfrac{2}{(1 - x)^2})\ dx \) (c) \(\displaystyle\int (\dfrac{2}{1 - 4x} + \dfrac{12}{(1 + 5x)^3})\ dx \) Çözümü Göster (a) seçeneği: \(\displaystyle\int (\dfrac{4}{3x} + \dfrac{2}{5x - 1})\ dx \) Terimlerin ayrı ayrı integralini alalım. \(= \dfrac{4}{3}\ln{\abs{x}} + \dfrac{2}{5}\ln{\abs{5x - 1}} + C \) (b) seçeneği: \(\displaystyle\int (\dfrac{4}{3x - 1} - \dfrac{2}{(1 - x)^2})\ dx \) Terimlerin ayrı ayrı integralini alalım. \(= \dfrac{4}{3}\ln{\abs{3x - 1}} - \dfrac{2}{1 - x} + C \) (c) seçeneği: \(\displaystyle\int (\dfrac{2}{1 - 4x} + \dfrac{12}{(1 + 5x)^3})\ dx \) Terimlerin ayrı ayrı integralini alalım. \(= \dfrac{2}{-4}\ln{\abs{1 - 4x}} + \dfrac{12}{-2 \cdot 5 \cdot (1 + 5x)^2} + C \) \(= -\dfrac{1}{2}\ln{\abs{1 - 4x}} - \dfrac{6}{5(1 + 5x)^2} + C \) Soru sorun Soruda hata bildirin \(\displaystyle\int {3x^2\ e^5\ dx} \) integralinin sonucunu bulunuz. Çözümü Göster \(e^5 \) ifadesi sabittir. \(\displaystyle\int {3x^2\ e^5\ dx} = 3e^5\displaystyle\int {x^2\ dx} \) İfadenin integralini alalım. \(= 3e^5 \cdot \dfrac{x^3}{3} + C \) \(= e^5\ x^3 + C \) Soru sorun Soruda hata bildirin \(\displaystyle\int {e^x\sqrt{e^x}\ dx} \) ifadesinin integrali nedir? Çözümü Göster \(\displaystyle\int {e^x\sqrt{e^x}\ dx} = \displaystyle\int {e^xe^{\frac{x}{2}}\ dx} \) \(= \displaystyle\int {e^{\frac{3x}{2}}\ dx} \) İfadenin integralini alalım. \(= \dfrac{2}{3}e^{\frac{3x}{2}} + C \) \(= \dfrac{2}{3}\sqrt{e^{3x}} + C \) Soru sorun Soruda hata bildirin \(\displaystyle\int (2e^{5x} + 3e^{7x})\ dx \) integralinin sonucu nedir? Çözümü Göster \(\displaystyle\int {2^{2x}\ 3^x\ dx} \) integralinin sonucunu bulunuz. Çözümü Göster \(\displaystyle\int {2^{2x}\ 3^x\ dx} = \displaystyle\int {4^x\ 3^x\ dx} \) \(= \displaystyle\int {12^x\ dx} \) İfadenin integralini alalım. \(= \dfrac{12^x}{\ln{12}} + C \) Soru sorun Soruda hata bildirin \(\displaystyle\int \dfrac{5^{x + 1} - 3^{x + 2}}{15^x}\ dx \) integralinin sonucu nedir? Çözümü Göster İfadeyi ayrı kesirlere ayıralım. \(\displaystyle\int (\dfrac{5^{x + 1}}{15^x} - \dfrac{3^{x + 2}}{15^x})\ dx \) İfadeyi düzenleyelim. \(= \displaystyle\int (\dfrac{5 \cdot 5^x}{3^x \cdot 5^x} - \dfrac{9 \cdot 3^x}{3^x \cdot 5^x})\ dx \) \(= \displaystyle\int (\dfrac{5}{3^x} - \dfrac{9}{5^x})\ dx \) \(= \displaystyle\int (5 \cdot 3^{-x} - 9 \cdot 5^{-x})\ dx \) Terimlerin ayrı ayrı integralini alalım. \(= -\dfrac{5 \cdot 3^{-x}}{\ln{3}} + \dfrac{9 \cdot 5^{-x}}{\ln{5}} + C \) \(= -\dfrac{5}{3^x \cdot \ln{3}} + \dfrac{9}{5^x \cdot \ln{5}} + C \) Soru sorun Soruda hata bildirin \(\displaystyle\int_0^1 {e(e^{2x} - 3x)(e^{2x} + 3x)}\ dx \) integralinin değeri nedir? Çözümü Göster Parantez içindeki iki çarpan için kare farkı özdeşliğini kullanalım. \(\displaystyle\int_0^1 {e(e^{4x} - 9x^2)}\ dx \) \(e \)'yi parantez içine alalım. \(= \displaystyle\int_0^1 (e^{4x+1} - 9ex^2)\ dx \) İfadenin integralini alalım. \(= (\dfrac{e^{4x+1}}{4} - 3ex^3)|_0^1 \) \(= (\dfrac{e^{4(1)+1}}{4} - 3e(1)^3) - (\dfrac{e^{4(0)+1}}{4} - 3e(0)^3) \) \(= (\dfrac{e^5}{4} - 3e) - (\dfrac{e}{4} - 0) \) \(= \dfrac{e^5 - 13e}{4} \) bulunur. Soru sorun Soruda hata bildirin \(\displaystyle\int {(2e^x + 4e^{-2x})^2\ dx} \) integralinin sonucunu bulunuz. Çözümü Göster Parantez karesi ifadesinin açılımını yazalım. \(\displaystyle\int {(2e^x + 4e^{-2x})^2\ dx} = \displaystyle\int {((2e^x)^2 + 2(2e^x)(4e^{-2x}) + (4e^{-2x})^2)\ dx} \) \(= \displaystyle\int {4e^{2x} + 16e^{-x} + 16e^{-4x}}\ dx} \) Terimlerin ayrı ayrı integralini alalım. \(= \dfrac{4e^{2x}}{2} + \dfrac{16e^{-x}}{-1} + \dfrac{16e^{-4x}}{-4} + C \) \(= 2e^{2x} - 16e^{-x} - 4e^{-4x} + C \) Soru sorun Soruda hata bildirin \(\displaystyle\int {\dfrac{15x}{3x + 1}\ dx